

CP2I EXERCICES DE RÉVISIONS

Exercice 1. Déterminer, sur chacun des intervalles $I_1 =]-\infty, 0[$ et $I_2 =]0, \infty[$ les solutions de l'équation différentielle

$$(E) \quad x(x^2 + 1)y' - y(x^2 - 1) + 2x = 0.$$

Existe-t-il des solutions de (E) définies sur \mathbb{R} ?

Exercice 2. Soit l'équation différentielle

$$(E) \quad x^3y' - y = 0.$$

(1) Intégrer (E) sur chacun des intervalles $] - \infty, 0[$ et $]0, \infty[$.

(2) Trouver les solutions de (E) définies sur \mathbb{R} .

Exercice 3. Résoudre l'équation

$$x^3y' + y^2 + yx^2 + 2x^4 = 0$$

On pourra commencer par chercher une solution particulière qui est un polynôme de degré 2.

Exercice 4. Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2t}}{1 + t^2}.$$

Exercice 5. Soit les vecteurs suivants de \mathbb{R}^3 : $u = (3, 4, 0)$, $v = (0, 0, 5)$ et $w = (4, -3, 0)$.

- (1) Montrer que u, v, w est une base orthogonale de \mathbb{R}^3 . Est-elle orthonormée ?
- (2) Soit M un point de \mathbb{R}^3 dont les coordonnées dans le repère (O, i, j, k) sont (x, y, z) et dont les coordonnées dans le repère (O, u, v, w) sont (X, Y, Z) . Exprimer x, y, z en fonction de X, Y, Z .
- (3) Soient deux points de \mathbb{R}^3 A et B . Exprimer la distance entre A et B en fonction de leur coordonnées dans les deux repères.
- (4) En déduire sans calculs l'équation de la sphère de centre O et de rayon 5 en fonction des coordonnées X, Y, Z .
- (5) On considère le plan P d'équation $4x - 3y = 25$. Donner son équation dans les coordonnées X, Y, Z .
- (6) Calculer de deux manières différentes la distance entre le point $M = (3, 4, 5)$ et le plan P .